

Math. U.

102.

R

Math Un 102

M

Mathem. app. illust.

p. 92.

U E B E R
NEWTONS, EULERS, KÆSTNERS
UND
KONSORTEN
P F U S C H E R E I E N
IN DER
M A T H E M A T I K

R
V O N

KARL CHRIST. LANGSDORF,
GEH. HOFR. UND PROFESSOR ZU HEIDELBERG.

MIT EINEM KUPFER.

HEIDELBERG,
B E I M O H R U N D Z I M M E R.

1 8 0 7.

12

IN DER
KONZORTIUM
P. SCHWERTER
IN DER
MATHematik

Bayerische
Staatsbibliothek
München

VORERINNERUNG.

*W*ährend meinem Aufenthalte in *Wilna* erschien eine Schrift unter dem Titel:

Versuch das Studium der Mathematik durch Erläuterung einiger Grundbegriffe und durch zweckmässigere Methoden zu erleichtern. Bamb. u. Würzb. 1805.

Diese Erscheinung blieb mir dort unbekannt. Auch nach meiner Rückkunft

in Teutschland erinnere ich mich nicht, irgendwo sie nach ihrem inneren Gehalt angezeigt gefunden zu haben. Ich würde sie daher auch noch jetzt nicht kennen, wenn sie mir nicht durch einen ungefähren Zufall zu Gesicht gekommen wäre, indem ein junger Mann, für den das Studium der Mathematik nur Nebenbeschäftigung war, sich diese Schrift angeschafft hatte, um, wie er glaubte, darin eine vorzügliche Erleichterung dieses Studiums zu finden. Weil er nun ganz andere Dinge darin fand, als er suchte, so übergab er das Buch meinem Buchbinder zum gelegentlichen Verkaufe, der mir es dann vor etwa 3 Wochen zum Kaufe anboth. Ich erstaunte beim Aufschlagen. Welch ein Ton! Ich fand Newton, Euler, Kästner und Konsorten (wie

sich der ungenannte Verfasser ausdrückt) aufs unverantwortlichste misshandelt. Es schien mir Pflicht, die Schrift näher zu prüfen und diese Prüfung öffentlich bekannt zu machen. Ich lege sie hier so vor, wie es mir die wenigen Stunden erlaubten, die ich neben so vielen andern Beschäftigungen darauf verwenden konnte. Sie ist ziemlich eilfertig niedergeschrieben, weil die Messe schon so nahe ist, und der Aufschub bis zur Ostermesse mir höchst zweckwidrig schien. Es war mir daher auch nicht möglich, mich bei jedem einzelnen Satze aufzuhalten. Ausser der Abhandlung, worin sich der Verfasser der derbsten Misshandlungen unsterblicher Männer schuldig gemacht hat, enthält seine Schrift auch noch die ebene und sphärische

*Trigonometrie, auf deren Beurtheilung
ich mich hier nicht eingelassen habe,
und wegen der Zeitkürze mich nicht
einlassen konnte.*

Heidelberg den 28^{ten} Aug. 1807.

K. C. Langsdorf.



Angriff und Vertheidigung

m e h r e r e r L e h r e n

v o n

N e w t o n , E u l e r e t c .

Auf der 6ten Seite der in der Vorrede angezeigten Schrift sagt der Verf. derselben:

„Der Ausdruck — 3 ist also in der
„Arithmetik Unfinn etc.

S. 7. „Das Niedergehen ist dem Auf-
„gehen opponirt, aber nicht, wie Kant
„sagt, ein negatives Aufgehen. Ausdiesem
„ist leicht zu ersehen, dafs die bisherige
„Anleitung zum Gebrauche der sogen-
„annten negativen Grössen sehr un-
„vollkommen sey; denn

« 1^{mo}. Hat man den Begriff dieser
Opposition auch auf die Zahlen ausge-
dehnt, in so fern sie eine kollektive Be-
«deutung haben; wo doch nach der Na-
«tur der Sache keine Opposition gedenk-
«bar ist.

« 2^{do}. Hat man über den Gebrauch
«der negativen Zeichen und ihrer Ver-
«bindung mit positiven ganz irrige Grund-
«sätze angenommen, und behauptet, die
«positiven Größen würden durch die
«negativen aufgehoben, weil man die
«Opposition mit der Negation verwech-
«felte; die Theile einer Linie, welche
«dem Punkte a zur rechten Hand lie-
«gen, werden durch die, welche ihm
«zur linken Hand liegen, nicht null.

«Es ist demnach einleuchtend, daß
«die Zeichen der Algebra zweydeutig
«find, und daß durch diese Zweydeu-
«tigkeit groſſe Verwirrungen in dieser
«Wissenschaft angerichtet werden. + —
«find Zeichen der Addition und der

„Subtraction, und es ist zweckwidrig,
 „eben diese Zeichen zu Unterscheidungs-
 „zeichen der Gröſſen, womit operirt
 „wird, zu gebrauchen. — Man ſagt uns,
 „ $+ a + (-b)$ ſey $= a - b$, und $+ a - (-b)$
 „ $= a + b$; dieſes iſt ganz falſch, denn be-
 „deuten a und b Zahlen im kollektiven
 „Verſtande, ſo iſt $- b$ Unſinn, wie be-
 „reits oben gezeigt wurde. Sind aber a
 „und b opponirte Gröſſen, und $-$, $+$,
 „Zeichen dieſer Oppoſition, ſo iſt dieſe
 „Weiſung im Allgemeinen falſch, und
 „nur unter beſtimmten Umſtänden rich-
 „tig.

S. 8. „Geſetzt ein Menſch habe
 „1000 fl. im Vermögen und 500 fl. Schul-
 „den, ſo kann ich ſeine Aktiven durch
 „ $+$, ſeine Paſſiven durch $-$ ausdrücken,
 „und kann ſchreiben er habe $+ 1000$ fl.
 „und $- 500$ fl. Frage ich dann, wie
 „viel bleibt ihm am Vermögen, ſo muß
 „ich die Schulden vom Vermögen ab-
 „ziehen, und es findet ſich, daß er

« 1000 fl. — (— 500 fl.) im Vermögen
 « habe. Nach obiger Formel hätte er
 « aber 1500 fl. im Vermögen, weil
 « — (— 500 fl.) = + 500 fl. wäre.

« Frage ich dagegen, wie viel betragen
 « die Aktiven und Passiven zusammen, so
 « muß ich die Schulden zu den Aktiven
 « addiren. Verführe man also nach obi-
 « ger Regel, so wäre die Summe 1000 fl.
 « + (— 500 fl.) = 500 fl.

Der Verfasser irrt, wenn er glaubt, die Mathematiker hätten falsche Begriffe von den verneinten Größen eingeführt; er irrt, wenn er glaubt, daß die Mathematiker deshalb seiner Zurechtweisung bedürfen, und er irrt, wenn er glaubt, hier, in dem was richtig ist, was neues gesagt zu haben. Er begeht sogar selbst Irrthümer in dem Gebrauche der verneinten Größen, nur um falsche Resultate heraus zu bringen.

Er lese in meinen Anfangsgr. der reinen Math.
 (v. J. 1802) die Anmerk. S. 60, wo ich sage:

„Verneinte Größen sind also allemal
 „Glieder einer zusammengesetzten Größe, bey
 „der eine bestimmte Einheit als bejaht ange-
 „nommen wird. Ohne Bezug auf irgend eine

„Einheit von bestimmter Art, die man als be-
 „jaht betrachtet, ist keine verneinte Größe
 „denkbar, und es läßt sich in dieser Rück-
 „sicht sagen: eine **a b s o l u t v e r n e i n t e**
 „Größe ist unmöglich, so wie jede arithmeti-
 „sche Operation mit einer absolut verneinten
 „Größe. Absolut verneint seyn hiesse ja
 „einer jeden möglichen Größe entgegengesetzt,
 „oder unmöglich seyn.

„Wenn daher auch in irgend einem Falle
 „eine einzelne Größe als verneint ausgedrückt
 „vorkommt, so ist solche entweder ganz ohne
 „Sinn, oder sie muß, um richtigen Sinn zu
 „erhalten, nothwendig als Glied einer zusam-
 „mengesetzten Größe gedacht werden. Sagt
 „man z. E. der Punkt n sey in der geraden

„Linie $p q$ $\left(q \overset{m}{\underset{|}{\text{---}}} \overset{n}{\underset{|}{\text{---}}} \overset{o}{\underset{|}{\text{---}}} p \right)$ um $- 3'$ fortge-
 „rückt, ohne irgend eine Bewegung oder ir-
 „gend einen Weg dabey als bejaht mit in die
 „Bestimmung zu bringen, so läge gar kein
 „Sinn in jener Angabe. Will man aber damit
 „andeuten, er soll von n nach p bis in o um
 „das Stück $n o = 3'$ fortgerückt seyn, so muß
 „ $n m = 3'$, als bejaht betrachtet werden, und
 „es wird also damit gesagt, er habe sich um
 „ $- 3'$ weiter von p entfernt, oder seine jetzi-
 „ge Entfernung von p sey $= n p - n o$ ge-
 „worden. Hier ist also die $- 3$ Glied einer
 „zusammengesetzten Größe, welche die Ent-
 „fernung von p von der Rechten gegen die
 „Linke ausdrückte.

Hiernach wird der Verfasser eingestehen müssen, daß seine Erörterungen nichts neues enthalten.

Der Tadel des Kantischen Ausdrucks ist ganz ungegründet. Wenn man einmal gezeigt hat, welches von Mathematikern längst geschehen ist, in wiefern Größen als einander entgegengesetzt betrachtet werden können, so hängt es bloß von der Uebereinkunft der Mathematiker ab, die Größen, [welche einander entgegengesetzt sind, durch besondere Benennungen zu unterscheiden, und es liegt darin ganz und gar nichts der Wissenschaft nachtheiliges, die eine Art der einander entgegengesetzten Größen positive oder bejahte und die andere negative oder verneinte zu nennen. Es ist genug zu wissen, daß verneintes Steigen soviel bedeuten solle als Fallen, oder eine dem Steigen entgegengesetzte Bewegung, und daß auf gleiche Weise verneintes Fallen ein Steigen oder eine dem Fallen entgegengesetzte Bewegung bezeichnen solle.

Kein Mathematiker gebraucht je die Bezeichnung — als Bezeichnung des Entgegengesetzten, wo nichts Entgegengesetztes sich denken läßt, und der bei 1^{mo} gemachte Vorwurf kann höchstens nur Anfänger oder Stümper treffen, denen man noch ganz andere Vorwürfe machen könnte.

Der Verf. gebe irgend ein Beispiel, das da zeigte, daß man so etwas in irgend einer Darstellung aufgenommen hätte.

Man setze z. B. Es komme der Ausdruck $a + x = 0$ vor, wo a eine gegebene Zahl seyn soll, so folgt $x = -a$, und Niemand wird zweifeln, daß $a - a = 0$ sey. Hier könnte man sagen: eigentlich erhält man nunmehr $a + (-a)$ statt $a + x$, aber $-a$ eine verneinte Menge ist undenkbar, folglich $a + (-a)$ ein Ausdruck, bei dem sich nichts denken läßt. Aber eben dieser Einwurf würde nur beweisen, daß der, der ihn macht, noch ganz und gar keinen Begriff von entgegengesetzten Größen habe. Man denke sich, was sich immer denken läßt, eine 3te Größe oder Zahl A , so soll $A + a + x = A$ seyn; setzt man nun $x = -a$, so hat man sich $A + a + (-a)$ zu denken, oder eigentlich $A + (+a) + (-a)$ d. h. Es sollen mit A zwei entgegengesetzte Quantitätsänderungen vorgenommen werden; jede Quantitätsänderung soll $= a$ aber die eine (nicht die eine Quantität, sondern die eine Quantitätsänderung) soll der anderen entgegengesetzt seyn. Wenn also $+a$ eine Vermehrung bezeichnet, so soll $-a$ eine Verminderung bezeichnen, und umgekehrt. Nur in diesem Sinne werden verneinte Größen überall genommen, und nur in diesem

Sinne werden sie in Rechnungen eingeführt. Hat eine gegebene Quantität Bezug auf ein Objekt von bestimmter Eigenschaft, so dafs sie in Bezug auf diese Eigenschaft mit $+$ bezeichnet wird, so bezieht sich dieselbe Quantität mit $-$ bezeichnet auf die entgegengesetzte Eigenschaft. Es kann gar nicht davon die Rede seyn, ob positive und negative oder bejahte und verneinte Grössen (in Bezug auf den Theil der Quantität, den sie gemein haben) einander aufheben? Das hiesse ebensoviele als nach festgesetztem Begriffe vom Kreise noch fragen, ob der Umfang des Kreises wohl allemal vom Mittelpunkte gleichweit abstehen werde? Grössen werden ja nur insofern als bejahte und verneinte angesehen, insofern sie einander wirklich aufheben. Es ist unbegreiflich, wie der Verf. Mathematikern die Bemerkung machen konnte (s. oben 2do).

«Die Theile einer Linie, welche dem
 «Punkte a zur rechten Hand liegen,
 «werden durch die, welche ihm zur
 «linken Hand liegen, nicht null.»

Man denke sich dem Punkte a von 2 entgegengesetzten Kräften gleichzeitig gegen die Rechte und gegen die Linke Geschwindigkeiten C, c mit-

getheilt; ist $C = c$, so heben sich beide Linien, welche entgegengesetzte Geschwindigkeiten ausdrücken, allerdings einander auf und die Summe der durchloffenen Räume $C + (-C)$ wird $= 0$, d. h. die entgegengesetzten Quantitäten heben einander auf.

Ein Punkt bewege sich vom Mittelpunkt eines Kreises in der Richtung eines Halbmessers r bis zum Umfange, z. B. von der Linken gegen die Rechte, ein anderer bewege sich in derselben Richtung vom Mittelpunkte aus nur durch einen Theil des Halbmessers $= x$, so ist die Entfernung beider Punkte von einander am Ende der Bewegung $= r - x$; es sey nun $x = -r$, so ist ihre Entfernung $= r - (-r) = 2r$, wie sich gehört.

welchem Mathematiker würde es je einfallen, die bloße Lage als vernichtende Eigenschaft anzusehen, d. h. Größen bloß darum, weil sie eine in Bezug auf einen angenommenen Punkt eine entgegengesetzte Lage haben, als solche anzusehen, die einander vernichten? Und welchem Mathematiker wäre es je eingefallen, in einer ge-

raden Linie ab , die aus $a \overset{m}{\underset{|}{\text{---}}} \overset{n}{\underset{|}{\text{---}}} b$

den Theilen $ac = cb$ zusammengesetzt ist, diese Theile durch $ac + (-ac)$ auszudrücken? Eben-
darum weil $ac - ac = 0$ wäre, die Länge der gan-

zen Linie ader nicht $\equiv 0$ sondern $\equiv ab$ ist, kann man auch nicht cb hier durch $-ca$ ausdrücken. Nimmt man aber an, ein Punkt bewege sich zuerst von a bis c , dann wieder von c aus

1) rückwärts bis m

2) vorwärts bis n , so dafs $cn \equiv cm$ fey, so ist seine jetzige Entfernung von a

no. 1 $\equiv ac - cm$

no. 2 $\equiv ac + cn \equiv ac + cm$

In diesem Falle ist in der Linie an die cn bejaht und cm verneint. Setzt man $ac \equiv a$, die Länge $cn \equiv cm \equiv x$, die $am \equiv y$, so ist

$y \equiv a + x$

unter der Voraussetzung, dafs m zur Rechten genommen und das zur Rechten von c genommene Stück $cm \equiv +x$ fey. Giebt man nun x einen verneinten Werth z. B. $\equiv -2$ Fufs, so erhält man $y \equiv a - 2'$, und jetzt bezeichnet x ein Stück cm von c gegen die Linke genommen. Und umgekehrt: soll x sich auf einen Punkt m zur Linken beziehen, so mufs man $y \equiv a + (-a)$ setzen. Für $x \equiv a$ wird $y \equiv a + (-a) \equiv 0$ die jetzt vernichtet cm allemal einen Theil von ac und $cm \equiv ca$ vernichtet die ac ganz. Hier also sind ac und ca entgegengesetzte Gröffen, ac ist positiv oder bejaht, ca negativ oder verneint, und die ac wird durch die ca vernichtet, nämlich $a + (-a) \equiv 0$;

d. h. bewegt sich der Punkt zuerst von a bis c , dann wieder von c bis a , so ist am Ende der Bewegung seine Entfernung von $a = 0$. Fragt man aber, wie groß der Weg sey, den der Punkt am Ende dieser Bewegung durchloffen hat, so ist dieser Raum allgemein $= a + cm$, wo auch m liegen mag, also $= 2a$, wenn $cm = ca$ genommen wird.

Dafs der Verfasser nur darum falsche Resultate aus den Vorschriften der Mathematiker ableitet, weil er sie unrichtig anwendet, zeigt er auf eine auffallende Weise durch das Exempel S. 8., welches ich oben mitgetheilt habe.

Um die Sache geflissentlich zu verderben, sagt er, man könne schreiben:

der Mensch habe $+ 1000$ fl. und $- 500$ fl.

Warum schreibt er hier und? Wufste er denn nicht, dafs eben dieses und mit $+$ ausgedrückt wird, dafs er also geradezu hätte setzen müssen:

der Mensch habe 1000 fl. $+$ $(- 500$ fl.)

Statt dessen setzt er 1000 fl. $- (- 500$ fl.). Offenbar verhält sich die Sache so:

500 fl. Schulden heisst eigentlich 500 fl. vom Vermögen abziehen, weil es Schulden sind, wodurch das Vermögen vermindert

wird; man zieht also 500 fl. Vermögen ab, weil dieser Theil des Vermögens durch die 500 fl. Schulden oder durch die $- 500$ fl. Vermögen vernichtet wird. Diese Vernichtung liegt auch in dem Ausdruck $1000 \text{ fl.} + (- 500 \text{ fl.})$.

Das reine Vermögen ist also nur 500 fl. Wäre aber das reine Vermögen eines Menschen, welcher 500 fl. Schulden hat, 1000 fl. so könnte man fragen: wie groß würde sein [Vermögen] seyn, wenn man ihm die 500 fl. Schulden abnähme?

Jetzt wäre die Antwort: $1000 \text{ fl.} - (- 500) = 1500 \text{ fl.}$ Jetzt wird nämlich etwas weggenommen, was vorher einen Theil des Ganzen vernichtete oder was vorher das Ganze um 500 fl. kleiner machte, folglich muß durch diese Wegnahme das Ganze um 500 fl. wachsen.

Eben so offenbar unrichtig ist, was der Verf. (S. 9) sagt:

„Es sey das Vermögen des Peters 1000 fl.

„seine Schulden $- 500$ fl. Das Vermö-

„gen des Pauls 3000 fl., seine Schulden

„ $- 500$ fl. Frage ich, wie verhelten sich

„die Schulden des Peters zu seinem
„Vermögen, so ist

$$- 500 \text{ fl.} : + 1000 = 1 : 2$$

Offenbar wäre die richtige Antwort:

$$- 500 : 1000 = - 1 : 2$$

Oder allgemein: Der Vermögenszustand eines Mannes, der 500 fl. Schulden hat, verhält sich zu dem eines Mannes, der 1000 fl. reines Vermögen hat, wie der Vermögenszustand eines Mannes, der 1 fl. Schulden hat, zu dem Vermögenszustand eines Mannes, der 2 fl. reines Vermögen hat.

Der falsche Satz des Verf. sagt:

„Der Vermög. Zust. eines Mannes, der
„500 fl. Schulden hat, verhält sich
„zu dem V. Z. eines Mannes, der 1000
„fl. reines Vermögen hat, wie der V.
„Z. eines Mannes, der 1 fl. reines
„Vermögen hat, zu dem V. Z. eines
„Mannes, der 2 fl. reines Vermögen hat.

Ist es aber bei der Frage bloß auf die Vergleichung der Mengen abgesehen, so daß auf den Unterschied der Qualitäten dabei gar keine Rücksicht genommen werden soll, so muß man auch

die nur zur Bezeichnung des Unterschieds der Qualitäten eingeführte Zeichen weglassen, also schlechtweg setzen

$$500 : 1000 = 1 : 2$$

S. 11. sagt der Verf.

„Es ist $-1 : -b = -b : -b^2$

„also ist offenbar $-b$ die mittlere Pro-

„portionalgröße zwischen -1 und $-b^2$.

„Drückt man also die mittlere Propor-

„tionalgröße durch $\sqrt{}$ aus, so ist

$$\sqrt{(-b^2)} = -b.$$

„Es ist, sagen unsere Algebristen, keine

„Größe möglich, die mit sich selbst mul-

„tiplicirt $-b^2$ *) zum Produkt gäbe,

„also ist $\sqrt{(-b^2)}$ eine unmögliche Größe.

„Hier ist fast jedes Wort schief und

„zweydeutig. Eine Größe mit sich selbst

„multipliciren ist Unsinn.

Die Schlussfolge im ersten Satze, daß $\sqrt{(-b^2)} = -b$ sey, begreife ich nicht. Gegen die letzten

*) Im Buch steht $\sqrt{-b^2}$ vermuthlich durch einen Druckfehler.

Worte: Eine Grösse etc. ist gar nichts zu erinnern, aber der Satz ist nicht neu. Ich vergesse nie, meinen Zuhörern dieselbe Bemerkung zu machen. Dabei versteht es sich aber, dafs die Grösse ein Objekt von bestimmter Art sey.

Dafs übrigens jedes geometrische Quadrat, es mag nun für sich als bejaht oder in Bezug auf ein anderes Quadrat als verneint betrachtet werden, nothwendig seine Seite haben müsse, kann gar nicht bestritten werden. Und da ein solches Quadrat in Bezug auf seine Seiten verneint seyn müfste, so würde ein solches Quadrat eine verneinte Seite zur Wurzel haben; es würde also $\sqrt{-b^2}$, $-b^2$ als verneintes geometrisches Quadrat betrachtet, $-b$ zur Seite, also $-b$ zur Wurzel haben. Aber ein Quadrat, das eine verneinte Seite hat, ist keineswegs deshalb eine verneinte Grösse. Häufiger ist $-b^2$ eine blofs verneinte Zahl, die sich auch durch $b\sqrt{-1}$ ausdrücken läfst. Diese Grösse ($\sqrt{-1}$) erklärt der Verfasser nur darum für Unsinn und für unmöglich, weil -1 Unsinn sey. Für ihn also sind $-a$ und $\sqrt{-a}$ unmögliche Grössen, blofs weil verneinte Zahlen unmöglich seyen. Welch eine Theorie!

Wir wollen den Fall setzen, man sey z. B. auf folgende Gleichungen gekommen:

$$\left. \begin{array}{l} y = 20 + x \\ x^2 + 8x + 7 = 0 \end{array} \right\} \text{ wo } x \text{ und } y \text{ blofse Zahlen feyn sollen.}$$

fo findet man aus letzterer

$$x = -4 + \sqrt{9} = 4 + \begin{cases} + 3 \\ - 3 \end{cases}$$

also

$$1) x = -4 + 3 = -1$$

$$2) x = -4 - 3 = -7$$

und nun

$$1) y = 20 - 1 = 19$$

$$2) y = 20 - 7 = 13$$

Was findet aber der Verf. für y ? Was will er mit den Werthen von x machen? Sind -1 , -7 unmögliche Größen, so ist auch y eine unmögliche Größe.

S. 13. sagt der Verf.

« $y = \sqrt{p}x$ ist die Gleichung der Parabel; das y , sagt man uns, wird unmöglich, wenn x negativ genommen wird. Ein Glaubensartikel mag dieses wohl feyn, aber ich sehe keinen Beweis, dafs dieses richtig fey, und dafs eine Parabel nur dann entstehe, wenn ich x von B nach C positiv nehme, dafs

„aber die Bildung der Parabel unmöglich fey, wenn ich x von B nach A (d. h. nach der entgegengesetzten Seite) das ist negativ nehme.“

Wer hat je den Satz bestritten, daß jede Konftruktion ebenfowohl von der Linken gegen die Rechte als von der Rechten gegen die Linke, denkbar fey? Dasselbe gilt von jedem Dreieck und von jedem Kreife. Hier kommt es aber nicht darauf an, was man fich denken kann, fonderu was man fich nothwendig zufammen denken muß. Es kommt darauf an, ob nach der Gleichung, welche die Natur der Linie ausdrückt, zu einerlei Werth von y nothwendig zwei verfchiedene Abfciffen gehören oder nicht? Aus der Gleichung für die Parabel $y^2 = p x$ folgt nur

$$x = \frac{y^2}{p}$$

also offenbar nur eine Abfciffe für einen beftimmten Werth von y . Daß nun noch eine nebenliegende Parabel gedacht werden könne, für welche man zu denfelben Abfciffen auch diefelben Ordinaten erhalte, davon ift gar nicht die Rede.

Für die Hyperbel ift $y^2 = p x + \frac{p x^2}{a^2}$, also

$$x = -\frac{1}{2} a \pm \sqrt{\left(\frac{a y^2}{p} + \frac{1}{4} a\right)}$$

woraus sich ergibt, daß zu einerley Werthe von y zwei ganz verschiedene Abscissen gehören, wovon die eine bejaht, die andere verneint ist.

Für den Kreis ist $y^2 = a x - x^2$, also

$$x = \frac{1}{2} a \pm \sqrt{\left(\frac{1}{4} a^2 - y^2\right)}$$

Hier ist $\frac{1}{4} a^2 - y^2$ eine wirklich verneinte Größe, sobald $y > \frac{1}{2} a$ wäre. Daher, für $y > \frac{1}{2} a$, x eine unmögliche Größe. Für $y = \frac{1}{2} a$ ist auch $x = \frac{1}{2} a$, und für jeden andern Werth von y ist

$$\sqrt{\left(\frac{1}{4} a^2 - y^2\right)} < \frac{1}{2} a \text{ also}$$

$$x \text{ oder } \frac{1}{2} a \pm \sqrt{\left(\frac{1}{4} a^2 - y^2\right)}$$

allemaal bejaht. Im Kreise gehören also zu einerley y zwar zwei verschiedene Abscissen vom Anfange des Durchmessers genommen, aber keine davon ist verneint. Folglich ist die Gleichung für den Kreis nicht von der Art, daß man sich zwei Kreislinien neben einander zu denken habe. Des Verf. Meinung von der doppelten Parabel ist also auf den unrichtigen Begriff gegründet, den er sich von den Gleichungen für krumme Linien macht, oder auf ihre unrichtige Anwendung.

S. 13 und 14 sagt der Verf.

„Die Algebristen reduciren auf $a \sqrt{-1}$

„alle unmöglichen Größen. Dieses ist

« nur in so fern wahr, als -1 eine
 « Zahl bedeutet; alsdann ist $\sqrt{-1}$
 « nicht sowohl unmöglich, als ein mathe-
 « matisch bezeichneter Unsinn.

« Euler beredete die Algebristen, daß
 « jede cubische Gleichung dreyerlei Wer-
 « the habe. Er nimmt $x^3 - 8 = 0$ und
 « dividirt durch $x - 2 = 0$, so findet er
 « $x^2 + 2x + 1 = 0$. Aus diesem entwik-
 « kelt er die unbekannte und findet;

$$x = -1 \mp \sqrt{-3}.$$

« — Hätte Euler auch ex inspiratione
 « geschrieben, so würde ich gegen ihn
 « und alle Algebristen mit voller Ueber-
 « zeugung behaupten, daß, da -3 Un-
 « sinn ist, auch $\sqrt{-3}$ und $-1 \mp \sqrt{-3}$
 « Unsinn seyn müsse.

Ich lege nunmehr dem Verf. folgende Aufgabe
 vor :

$$\begin{aligned} \text{Es sey } y &= x + 4 - \sqrt{-3} \\ \text{und } x^3 - 8 &= 0 \end{aligned}$$

Er soll einen möglichen Werth von y bestimmen.
 Nach ihm bleibt y allemal unmöglich. Aber die

allgemeine Auflösung giebt auch

$$x = -1 + \sqrt{-3}$$

also

$$y = -1 + \sqrt{-3} + 4 - \sqrt{-3} = 3 \quad (\text{h})$$

Es soll nämlich

$$(y - 4 + \sqrt{-3})^3 = x^3 = 8$$

seyn.

Es ist aber

$$\begin{aligned} (y - 4 + \sqrt{-3})^3 &= \begin{cases} -1 + 2\sqrt{-3} + 3 \\ + \sqrt{-3} \\ + 2 \cdot 3 - 3\sqrt{-3} \end{cases} \\ &= -1 + 3 + 6 = 8 \end{aligned}$$

Daher $y = 3$ ein richtiger Werth von y .

Hieraus wird der Verf. begreifen, wie die Analysis dient, Unsinn durch Unsinn zu vernichten. Eigentlich kommt es aber nicht auf die gemachte Probe, sondern bloß darauf an, daß in (h) $+\sqrt{-3} - \sqrt{-3} = 0$, und weil, wie er sich S. 14 ausdrückt, die Geometrie damit anfangen muß, daß sie gesunden Menschenverstand habe, so wird er doch den Satz $(\sqrt{-3}) - (\sqrt{-3}) = 0$ nicht bezweifeln wollen.

S. 18 fragt der Verf.

«Was ist denn das Unmögliche in den

«Bestandtheilen von $\sqrt{-1}$?

Wir wissen schon, daß er die Unmöglichkeit bloß in der Unmöglichkeit der -1 sucht. Allein $-1 + 4$ ist nicht unmöglich; hingegen bleibt $4 + \sqrt{-1}$ in allen Fällen, wo -1 eine Zahl bezeichnet, unmöglich.

S. 19 und 20 heißt es:

„Es seyen in einem Dreyécke zwey
 „Seiten a und b und ein gegenüber-
 „liegender Winkel B gegeben, so ist
 „die 3te Seite, die wir x nennen
 „wollen,

$$x = a \cdot \text{Cof. } B \pm \sqrt{(b^2 - a^2 \cdot \sin. B^2)}$$

„Ist $a \sin. B > b$, so ist mit diesen ge-
 „gebenen Größen kein Dreieck zu kon-
 „struiren möglich. Allein ist es rich-
 „tig, daß das Quadrat einer unmögli-
 „chen Größe gleich dem negativen
 „Quadrate, so wird x möglich, denn
 „es ist

$$x - a \text{ Cof. } B = \sqrt{(b^2 - a^2 \sin B^2)}$$

$$x^2 - 2 a x \cdot \text{Cof. } B + a^2 \cdot \text{Cof. } B^2 = \\ = (b^2 - a^2 \sin B^2)$$

«also $x = a \cdot \cos B \mp \sqrt{a^2 \sin^2 B - b^2}$

«und folglich zugleich möglich und

«unmöglich.

Hieraus folgt weiter nichts, daß es falsch sey aus

$$Z = \sqrt{-m}$$

abzuleiten

$$Z^2 = m$$

und daß man dafür $Z^2 = -m$ setzen müsse.

Außerst unzufrieden ist der V. S. 20 und 21 mit den Ausdrücken $\sqrt{-1}$ und $e^Z \sqrt{-1}$. Er findet darin und in ihrer Vertheidigung die Mathematik des Tollhauses, wogegen die Deliria der Transcendental-Philosophie Weisheit seyen.

So schlimm ist es doch nicht. Es liegt ganz und gar nichts räthselhaftes darin. Es sind dieses Ausdrücke, wodurch die Quantitäten während einer Rechnung zugleich mit ihren Qualitäten, welche die Zeichen aussprechen, nach richtigen Grundfätzen gehörig nachgetragen werden. Die Qualitäten sind von der Art, daß sie nicht bestehen können, aber der Mathematiker kann sie ohne Gefahr eines Irthums immer in ihrer Form, welche die mit der Natur der Dinge noch im Widerspruche stehende Qualität mit ausdrückt, nachtragen; er muß dieses thun, so lange es noch nicht ent-

schieden ist, daß die Relationen der sämtlichen Größen gegen einander in einem Widerspruche stehen. Ob ein solcher Widerspruch stattfindet, muß das Resultat der Rechnung entscheiden. Fände sich z. B. am Ende $x = a + b\sqrt{-1}$, so weiß jeder Mathematiker so gut als der Verf., daß dieses was unmögliches bezeichne, daß also unter den angenommenen Relationen irgendwo ein Widerspruch statt finden müsse. Wenn der Verf. (S. 19) sagt:

„Wir müssen beweisen, daß $(\sqrt{-1})$.

„ $(\sqrt{-1}) = -1$ sey.“

so sieht man, daß er die ganze Schwierigkeit in der Forderung zu finden glaubt, die wirkliche Multiplikation eines unmöglichen Faktors mit einem unmöglichen Faktor zu bewerkstelligen. Allein diese Schwierigkeit wird durch den Begriff der Quadratwurzel sogleich gehoben, weil diesem Begriffe gemäß die Quadratwurzel aus x diejenige Zahl ist, die mit sich selbst multiplicirt die x wiedergiebt. Es ist hiernach ein aus dem Begriffe unmittelbar folgendes Axiom, daß $(\sqrt{x})^2 = x$ sey, oder vielmehr der Ausdruck $(\sqrt{x})^2 = x$ enthält bloß den Begriff von $\sqrt{x}$; er giebt nur zu erkennen, was man unter $\sqrt{x}$ verstehe, was auch x bedeuten mag. Setzt man also $x = -1$, so ist

$(\sqrt{-1})^2 = -1$. Dieser Satz steht in dem Unterricht über die Rechnung mit Wurzelgrößen ganz voran, wo noch gar nicht davon die Rede ist, wie Wurzelgrößen mit einander multiplicirt werden sollen. $(\sqrt{-1})^2$ nehmen heißt nicht: erst $\sqrt{-1}$ nehmen, und dann diese Wurzel mit sich selbst multipliciren, sondern: die Einheit angeben, aus der sich keine Quadratwurzel nehmen läßt, und diese ist die -1 . Ebenso setzt man auch $(\sqrt{7})^2 = 7$, ohne daß davon die Rede wäre, wie groß dann $\sqrt{7}$ sey? Ueberhaupt muß man schlechterdings folgende Sätze zugestehen.

1) $\sqrt{-1}$ ist eine unmögliche Größe

2) $p \cdot (\sqrt{-1})^2$ ist $= -p$

3) $a + (p - q) \sqrt{-1}$ wird möglich, sobald $q = p$ wird.

4) $\frac{a + (p - q) \cdot \sqrt{-1}}{b + (k - m) \cdot \sqrt{-1}}$ wird möglich

I. wenn $p - q = k - m = 0$ wird

oder II. wenn $a = b$ wird.

Und wenn irgend ein Ausdruck sich auf einen der Fälle I. und II. no. 4. oder auf einen der beiden no. 2 und 3 bringen läßt, so bezeichnet er eine Größe, die in Verbindung mit einer hinlänglich großen bejahten Zahl allemal wieder eine bejahte Zahl giebt. Hiergegen läßt sich nichts einwenden, wenn

man den gefunden Menschenverstand hat, welchen der Verfasser so nachdrücklich fodert. Aber das dient zum Beweise, daß man doch die besondere Bezeichnung $\sqrt{-1}$ nicht mit der allgemeinen Bezeichnung des Unsinns verwechseln dürfe. Denn $3 + (\text{Unfinn})^2$ giebt nicht, wie $3 + (\sqrt{-1})^2$, die die Zahl 2.

Die allgemeine Arithmetik hat noch andere Bezeichnungen, von welchen der Verf. eben so gut hätte behaupten dürfen, daß sie sinnlos seyen, wiewohl sie keineswegs unmögliche Größen bezeichnen z. B. $8^{\frac{2}{3}}$. Der Exponent der Potenz soll anzeigen, wievielman man die Wurzel (hier 8) als Faktor hinschreiben soll, um die so neben einander stehenden Faktoren mit einander zu multipliciren. Was soll man nun mit der 8 machen? Ist es nicht offener Unsinn, diese Zahl $\frac{2}{3}$ mal neben einander als Faktoren zu setzen? Und doch soll $8^{\frac{2}{3}} = 4$ seyn! Ebenso soll $5^{-3} = \frac{1}{125}$ seyn. Also das Produkt von — 3 Faktoren, wovon jeder = 5 ist, soll $\frac{1}{125}$ geben! Ist das nicht Unsinn?

Da es mir an Zeit fehlt, Satz für Satz durchzugehen, so überschlage ich 10 Blätter und komme zu S. 40 u. f.

Hier sagt der Verf.

«Es sey k B l (Fig. I.) eine rechtwink-
 «lichte Hyperbel, somit $AC = CB = d$,
 «so ist nach der Natur der Hyperbel
 « $AE \times EF = d^2$ oder $xy = d^2$ Setzt
 «man aber $CE = z$, so ist AE oder x
 « $= d + z$, also $y = \frac{d^2}{d + z}$.

«Man theile den Flächenraum der
 «Asymptoten in unbestimmt sehr kleine
 «Theile, und ein solcher Theil sey die
 «Einheit, so wird die Summe der klei-
 «nen Parallelogrammen CB 1 2, 1 2 3 4
 «etc. nur um soviel größer seyn, als
 «die äusseren Ecken betragen, welche
 «durch die Krümmung der Hyperbel
 «abgeschnitten werden. Jedes dieser
 «Parallelogrammen ist also y . 1.

«Dadurch entsteht für den Raum
 «CBEF folgende Reihe:

$$CBEF = d^2 \cdot \left(\frac{1}{d+1} + \frac{1}{d+2} + \frac{1}{d+3} + \dots + \frac{1}{d+z} \right)$$

«Diese Reihe soll nun der Logarith-
 «mus der Grösse AE oder der Grösse
 « $d+z$, und d^2 die Potenz der Hyper-
 «bel seyn. Setzt man aber auch den
 «Model des Systems $= 1$, also $d^2 = 1$,
 «so wird

$$CBEF = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \dots + \frac{1}{z}$$

«Allein unter diesen Voraussetzungen
 «ist der

$$\log. (1+z) = \frac{z}{1} - \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{3} - \frac{z^4}{4} + \dots$$

«Zwischen beiden Reihen ist nun nicht
 «die mindeste Aehnlichkeit, und die
 «Regeln des Differentialkalkuls
 «führen uns in diesem Falle
 «ganz irre. Man wird diesen Ir-
 «thum leicht erkennen, wenn man
 «sich erinnert, daß z ein unbestimm-
 «ter Theil der Asymptote und somit
 «so groß genommen werden kann, als
 «man will. Man setze $z = 1000$, so ist

$$\log. (1+1000) = 1000 - 500000 + \frac{1000}{3}$$

Millionen,

«eine Reihe, die auf die ungereimtesten Resultate führt.

Welche Anklage der Differentialrechnung! Die Differentialrechnung hat mit dem vermeintlichen Fehler gar nichts zu thun. Die gemeine Division giebt

$$\frac{1}{1+z} dz = \left(1 - z + z^2 - z^3 + z^4 \dots \pm \frac{z^n}{1+z} \right) dz$$

und

$$\ln(1+z) = z - \frac{1}{2}z^2 + \frac{1}{3}z^3 - \frac{1}{4}z^4 \dots \pm \int \frac{z^n dz}{1+z}$$

Die Differentialrechnung giebt also hier nichts falsches; der Fehler liegt im unvollständigen Ausdruck des Quotienten, den die wirkliche Division

$\frac{1}{1+z}$ dem giebt, der nicht weiß, daß das Ergän-

zungsglied $\frac{z^n}{1+z}$ mit zum Quotienten gehört. Um

nun $\int \frac{z^n dz}{1+z}$ so klein zu machen, daß es ohne

merklichen Fehler bei Seite gesetzt werden kann, muß die Gestalt der Reihe so abgeändert werden, daß die folgenden Glieder vielmal kleiner als die vorhergehenden werden, oder daß die Reihe schnell konvergirt; und diese Umwandlung wird in der Analysis gelehrt.

Sehr übel parodirt der Verf. (S. 51.) ein vermeintliches Sophism. Er verbindet wiederum mit dem Ausdruck der Mathematiker:

«die Gröſſe x nähert ſich der a ohne
«Ende.»

einen ganz unrichtigen Begriff, macht daher auch von dieſem Satze eine ganz falſche Anwendung, findet daher nothwendig ein falſches Reſultat, und macht nun den Schluſs:

«es ſey falſch, daſs die letzte Diffe-
«renz von Gröſſen, die ſich einander
«ohne Ende nähern, $= 0$ geſetzt wer-
«den könne.

Jeder Anfänger kann das Unrichtige in der vom Verfaſſer gemachten Anwendung bemerken.

Bis zu S. 70. kommen noch manche Sätze vor, deren Werth ſich aus dem Bisherigen leicht beſtimmen läſt. Jetzt kommt die Reihe an Newton, Kepler und an alle Aſtronomen.

«Wer nun, ſagt der V. S. 72, das Un-
«glück hat, an die alleinſeeligmachende
«Lehre Newtons nicht zu glauben, hat
«einen harten Stand. Er muſs die Zeit
«abwarten, wo die Mode, Newtons

«Apotheose mit vollen Backen auszu-
 «posaunen, vorüber seyn wird. Sich
 «auf Newtons Werke selbst zu beru-
 «fen, würde ihm nicht nützen. Denn
 «seine Principien haben das Schicksal
 «der Bibel in katholischen Ländern.

Und (S. 73.)

«Ich der Verfasser, wenn ich das Un-
 «glück haben sollte, daß meine Ketze-
 «reyen von den unfehlbaren Stellver-
 «tretern des unfehlbaren Newtons ver-
 «dammt werden, gehöre doch wenig-
 «stens nicht zu den Unmündigen, die
 «sich in die Gefahr stürzen, ohne
 «selbe zu kennen. Ich sehe vor, daß
 «die subordinirten Wächter des astro-
 «nomischen Capitols Zetter über mich
 «rufen werden, und daß die Diktato-
 «ren, welche wohl gar im Stande seyn
 «dürften, das Wahre und Unwahre
 «zu unterscheiden, gleich dem Könige
 «Heinrich dem VIII. aus England

«durch Eigenliebe und Eitelkeit an
 «die Glaubenslehre gebunden seyen,
 «die sie mit ihren Gänsekielen unter-
 «stützten. Wer kennt die Welt so
 «wenig, daß er hoffen dürfte, die
 «bloße Wahrheitsliebe könne unfern
 «berühmten Taufendkünstlern das Ge-
 «ständnis abnöthigen, daß sie in dicken
 «Quartanten das bewiesen haben, was
 «nicht ist, nicht möglich ist und auf
 «handgreifliche Absurda führt? Die
 «Vorurtheile, die also in der Physik
 «und Astronomie das Bürgerrecht er-
 «halten haben, werden somit ganz ge-
 «wis mit Hartnäckigkeit vertheidigt
 «werden. Doch diese Betrachtungen
 «schrecken mich nicht ab. Wenn eine
 «Wahrheit in das Reich des Wissens
 «introducirt werden soll, so muß sie
 «doch einmal angekündigt und ge-
 «nannt werden; sollte sie auch erst in
 Jahrhunderten anerkannt werden.»

Ferner (S. 74.):

«Hätte ich in der Schellingschen Schule
 «gelernt, einen undurchdringlichen
 «Wortnebel um mich zu verbreiten
 «und die gemeinsten Sachen mit trans-
 «scendentalem idealistischem Bombast
 «vorzutragen, so fände ich ganz gewiss
 «Nathaniele, die darum glauben wür-
 «den, weil sie nicht verstehen. Allein
 «da ich mich gern selbst verstehe, wenn
 «ich schreibe; da ich nicht die Ehre
 «habe, ein Cathecumen der neuen
 «Kirche des heiligen Geistes zu seyn,
 «die an die Stelle der wurmfich-
 «chen Kirche Christi gekommen ist;
 «da ich endlich lieber verstanden als
 «bewundert werde, so muß ich mich
 «wohl dazu bequemen, den Vorthei-
 «len zu entsagen, welche ein neuerer
 «aus scientificchem Kauderwelschen
 «ziehen kann.»

S. 75. fährt er fort:

«Es ist also beschlossen . . . Ich wage
«es, Fontenelles Rath zuwider eine
«Wahrheit aus meiner Hand für die
«entschlüpfen zu lassen, die sie nicht
«hören wollen. Aber auf welchem
«Wege soll ich sie der Welt introdu-
«ciren? Soll ich ihre Gegner mit ih-
«ren eignen Waffen angreifen, und
«mit dx , dy gegen selbe zu Felde
«ziehen? Dieses wäre wohl der sicher-
«ste und siegreichste Weg, den ich
«vorzüglich einschlagen würde, wenn
«ich hoffen könnte, viele unbefangene
«Leser zu finden, die im Stande wä-
«ren, und die Gedult hätten, einer
«solchen Controvers Schritt für Schritt
«zu folgen. Sie würden dann selbst
«bey den dornichsten Untersuchungen
«manchmal lächeln, wenn sie sehen,
«wie die größten Geometer bisweilen
«den Esel suchen, auf dem sie reiten
«und durch mühsame Integrationen
«herausrechnen, was sie durch ihre

„Voraussetzungen schon in die Differentialgleichung legten. Diese Mängel rühren daher, daß die strenge Geometrie und besonders die Lehre der Kegelschnitte ungemein vernachlässigt wird; und die Lehrart dieses wichtigen Theiles der Mathematik so unzweckmäßig ist, daß es unmöglich wird, die Formeln aller zu einem Punkte koordinirten Linien und ihre Verhältnisse im Kopfe zu behalten.

Ferner (S. 78.):

„Wir wollen also einen kürzeren Weg einschlagen, der uns vielleicht doch zum Ziele führen, und den Vortheil gewähren wird, daß auch selbst die Layen, welche die dx , dy auch nicht dem Nahmen nach kennen, und nur in den Elementen der Algebra und der gemeinen Geometrie bewandert sind, über die Evidenz der Beweise absprechen können.

„Wir wollen einstweilen Newton
 „vergeffen, und unseren guten Kep-
 „ler vornehmen. Es mögen S, s die
 „Oberflächen zweyer Planetenbahnen
 „bedeuten,

T, t , ihre Umlaufszeiten,

D, d , die Distanzen ihrer Aphelien,

C, c , die Umlaufgeschwindigkeiten
 in der Sonnenferne,

E, e , die Wirkung der Gravitation
 in der Sonnenferne,

R, r , die Radien der Krümmungs-
 kreise der Bahnen in der Son-
 nenferne,

A, a , die grofsen Axen der Bahnen,

„So läfst sich auf folgende Weise die
 „Bahn der Planeten aus dem gegebene-
 „nen Verhältniffe der Schwerkraft, und
 „umgekehrt, die Schwerkraft aus der
 „gegebenen Bahn bestimmen. Da nach
 „Kepler die vom Radius Vector in
 „gleichen Zeiten beschriebenen Flä-
 „chen einander gleich find, so findet

„man die Zeit in Sekunden, wenn man
 „die Oberfläche der Bahn durch die
 „Sekundenfläche dividirt. Die Sekun-
 „denflächen am Vertex in der Sonnen-
 „ferne find die Sonnenferne multipli-
 „cirt mit dem halben Geschwindig-
 „keitsbogen in der Sonnenferne, also
 „ist :

$$T:t = \frac{S}{D.C} : \frac{s}{d.c}$$

„Sind nun R, r die Halbmesser der
 „Krümmungskreise in der Sonnenferne,
 „so find E, e die Sinus versi der Se-
 „kundenwinkel, C, c die Sehnen der-
 „selben, und es ist

$$2 R E = C^2 \text{ und } 2 r e = c^2; \text{ also}$$

$$T:t = \frac{S}{D\sqrt{RE}} : \frac{s}{d\sqrt{re}}$$

„Folglich

$$E:e = \frac{S^2}{D^2.T^2.R} : \frac{s^2}{d^2.t^2.r}$$

„Nun lehret Kepler ferner, daß sich
 „die Quadrate der Zeiten wie die Wür-

„fel der groſſen Axen der Bahnen ver-
„halten, alſo iſt:

$$E : e = \frac{S^2}{D^2 \cdot A^3 \cdot R} : \frac{s^2}{d^2 \cdot a^3 \cdot r}$$

„Sind alſo S, s die Bahnen elliptiſch;
„ſo ſind R, r die halben Parameter,
„und es iſt:

$$S^2 : s^2 = A^3 \cdot R : a^3 \cdot r$$

„Alſo:

$$E : e = \frac{A^3 \cdot R}{D^2 \cdot A^3 \cdot R} : \frac{a^3 \cdot r}{d^2 \cdot a^3 \cdot r} = D^{\frac{1}{2}} : d^{\frac{1}{2}}$$

„d. i. die Wirkungen der Schwerkraft
„verhalten ſich in dieſer Vorausſetzung,
„wie umgekehrt die Quadrate der Di-
„ſtanzen. Iſt aber:

$$E : e = D^{\frac{1}{2}} : d^{\frac{1}{2}}$$

„ſo muſs:

$$S^2 : s^2 = A^3 \cdot R : a^3 \cdot r$$

„alſo

$$S : s = A \sqrt{A} \sqrt{R} : a \sqrt{a} \sqrt{r}$$

„und alſo Linien ſeyn, deren Flächen-
„gehalte ſich verhalten, wie das Pro-
„dukt der Wurzel aus den Würfeln

„ihrer grossen Bahnen, und der Wur-
 „zel des Halbmessers des Krümmungs-
 „kreises am Vertex. Die Linien sind
 „also Ellipfen.

„Man sieht hieraus, dass es kein
 „so grosses Hexenwerk ist, als man uns
 „gern bereden wollte, aus dem Ver-
 „hältnisse der Schwerkraft die Bahn,
 „und aus der Bahn das Verhältniss der
 „Schwerkraft zu finden. Das eine wie
 „das andere fließt so unmittelbar aus
 „den Keplerischen Regeln, dass ich
 „nicht begreifen kann, wie man den
 „brittischen Rechenmeister darum ver-
 „göttern konnte, dass er durch seine
 „Fluxionskünste mit vielem Kräften-
 „aufwand das suchte, was ihm vor den
 „Füssen lag.“

Der Verf. glaubt also, hier auf eine leichte
 Weise geleistet zu haben, was man sonst nur
 durch einen verwickelten Kalkul mittelst der Dif-
 ferential- und Integral-Rechnung finde. Er irrt,
 denn er kommt nur dadurch zu den angeführten

Resultaten, daß er folgende zwei Sätze als schon bekannt zum Grunde legt:

- 1) Der Radius Vector beschreibe in gleichen Zeiten gleiche Flächen.
- 2) Die Quadrate der Umlaufszeiten verhalten sich wie die Würfel der groffen Axen der Bahnen.

Man fodert aber:

Bloß aus der sehr einfachen Voraussetzung, daß sich die Wirkung der Schwerkraft (also die Gröfße der Anziehungskraft der Sonne) gegen einen andern Weltkörper verkehrt wie das Quadrat der Entfernung von diesem Weltkörper verhalte, jene Sätze erst zu finden und alle übrigen daraus abzuleiten.

Nun sagt der Verf. weiter S. 80 u. f.

„Dieses, wenn es auch so ganz richtig
 „wäre, soll doch kein Einwurf gegen
 „Newtons Theorie seyn, werden die
 „Newtonianer sagen. Du findest durch
 „eine leichtere Methode, was wir
 „durch eine schwerere finden; aber

„dies beweist weiter nichts, als das
 „unser dx , dy kein mathematisches
 „Machwerk (wie du sie nennst) sind,
 „sondern auf genaue und richtige Re-
 „sultate führen.

„Geduld! latet aguis sub herba.

„Der Einwurf lauert im Hinterhalte.

„Ueberrechnen sie das Ganze noch

„einmahl; sind alle Sätze richtig? oder

„finden sie nicht einen zweydeutigen

„.... Nein! Nun gut! so hören sie

„weiter.

„nehmen sie auf den beyden Bah-

„nen einen beliebigen Punkt, ziehen

„sie die Tangenten und die Perpen-

„dikel auf die Tangenten.

„Es seyen V , v die Geschwindig-

„keiten an den angenommenen Punk-

ten; P , p die Perpendikel auf die Tan-

„genten, so sind $\frac{PV}{2}$, $\frac{pv}{2}$ die Se-

„kundenflächen zu den genommenen

„Punkten, und da nach Kepler alle Se-

„kundenflächen gleich sind, so ist

$$P \cdot V = D \cdot C \text{ und } p \cdot v = d \cdot c$$

„Es ist also auch

$$T : t = \frac{S}{P \cdot V} : \frac{s}{p \cdot v}$$

„da nun

$$T : t = A \sqrt{A} : a \sqrt{a},$$

„da ferner, weil S und s Oberflächen von Ellipsen sind:

$$S : s = A \sqrt{A} \sqrt{R} : a \sqrt{a} \sqrt{r}$$

so ist

$$V : v = \frac{\sqrt{R}}{P} : \frac{\sqrt{r}}{p}$$

„d. i. die Geschwindigkeiten zweyer
 „Planeten in den verschiedenen Stel-
 „len ihrer Bahnen verhalten sich wie
 „direkte die Wurzeln der Parameter
 „und umgekehrt die Perpendikel auf
 „die Tangenten zu diesen Punkten.

„Meine Herrn! geben sie dieses Ver-
 „hältniß zu? Ich bin noch so ehrlich,
 „sie zu warnen, daß ich sie im Sacke
 „habe, wenn sie es zugeben!

„Das wäre! wir lassen uns nicht
 „ins Bockshorn iagen. Das Verhältniß
 „ist richtig. Denn ist $R = r$, d. i. sind
 „die Punkte in derselben Bahn, so ist

$$V : v = \frac{1}{P} : \frac{1}{p}$$

„Also verhalten sich die Geschwindig-
 „keiten wie umgekehrt die Perpendi-
 „kel auf die Tangenten. Ein Verhält-
 „niß, das wir selbst mathematisch de-
 „monstriren. Das obige Verhältniß
 „an verschiedenen Stellen verschiede-
 „ner Bahnen beweiset Newton selbst
 „sehr schön in seinen Principien im
 „1sten Buche in der 17ten Proposition.

„Soll ich also zuziehen? Du
 „bist kein Hexenmeister! Es sey
 „also. P und p sind veränderliche
 „Größen, die ieden Werth erhalten
 „können, welcher der Natur der El-
 „lipse nicht widerspricht; wenn sie
 „nur dadurch nicht größer, als das
 „große Segment der Axe, und nicht

„kleiner, als das kleine Segment der-
 „selben werden.

„Jedem Werthe von P, p entspricht
 „dann ein coordinirtes V, v , und die
 Rechnung wird das Verhältniß der
 Geschwindigkeit an diesen Punkten zu
 den Perpendikeln ausdrücken. Man
 setze also $P = n \sqrt{R}$, und zugleich
 $p = n \sqrt{r}$, d. i. man nehme unter den
 „verschiedenen möglichen Perpendi-
 „keln 2, die sich verhalten wie die
 „Wurzeln der Parameter der Bahnen;
 „so wird in diesem Falle:

$$V : v = \frac{\sqrt{R}}{n \sqrt{R}} : \frac{\sqrt{Ar}}{n \sqrt{r}} = \frac{1}{n} : \frac{1}{n}$$

„d. i. die Geschwindigkeiten werden
 „an den Stellen beyder Bahnen, wo
 „die zugehörigen Perpendikel sich wie
 „die Wurzel der Parameter verhalten,
 „gleich seyn.

„Nun weiß man aber ganz gewiß,
 „dass 2 Planeten in keiner Stelle ihrer

„Bahnen gleiche Geschwindigkeiten
 „haben können, also

„Also wäre wohl gar die Kepleri-
 „sche Regel, daß der Radius Vector
 „in gleichen Zeiten gleiche Flächen
 „beschreibe . . . *Risum teneatis, amici!*

„Zuerst, meine Herrn, suchen sie
 „diesen sehr einfachen Einwurf auf-
 „zulösen, und dann lachen sie nach
 „Luft. Nur muß ich ihnen eröffnen,
 „daß ein halbes Dutzend Geometer
 „und Astronomen ihre Kräfte daran
 „versucht, und die Hoffnung aufgege-
 „ben haben, das Räthsel zu lösen.

„Ich zweifle nicht, daß sie antworten
 „werden, daß diese Geometer nur
 „Stümper gegen die *illustrißimos*, *saga-*
 „*cifimos*, *celeberrimos nostros* seyen;
 „wahrscheinlicher Weise wird ganz
 „Europa, d. i. 5 — 6 geübte Transcen-
 „dental - Mathematiker beystimmen;
 „sie werden die Obiektion und den Op-
 „ponenten mit einem Federzug pul-

„verifiren. Sie werden dazu von dem
 „Opponenten selbst aufgefordert, als
 „welcher gern alle Celebrität eines
 „Euler, wenn er sie befäße, darum
 „gäbe, um sich zu überzeugen, daß
 „eine Täufchung dieser Art möglich fey.
 „Aber um eines wird ausdrücklich ge-
 „beten: Schreiben sie fo, daß auch
 „der Elementar-Mathematiker sie ver-
 „stehen könne.“

In der That scheint der Verf. hier die Keple-
 rifche Regel oder den Satz, welcher eine noth-
 wendige Folge der mit den Bewegungsgesetzen
 verbundenen Voraussetzung ist, daß die Anzie-
 hungskraft sich verkehrt wie das Quadrat der Ent-
 fernung verhalte, umwerfen zu wollen. Es ist
 mir unbegreiflich, wie ein halbes Dutzend Geome-
 ter und Astronomen ihre Kräfte daran versuchen
 und die Hoffnung aufgeben konnten, das Räthfel
 zu lösen, das sich fo leicht lösen läßt.

Der Hauptumftand liegt in der Fo-
 derung, P und p fo zu nehmen,
 daß $P : p = \sqrt{R} : \sqrt{r}$ werde.

Diese Foderung findet in unserm Planetensysteme,
 foweit man es vor der Entdeckung des Uranus

kannte, nicht statt. Man hat nämlich nach Lande folgende mittlere Weiten der Planeten von der Sonne

Merkur 0,3871000

Venus 0,7233324

Erde 1,0000000

Mars 1,5236927

Jupiter 5,2027920

Saturn 9,5407240

Uranus 19,0118000

und die Eccentricität

Merkur 0,079554

Venus 0,004980

Erde 0,016814 *)

Mars 0,141837

Jupiter 0,250133

Saturn 0,536404

Uranus 0,908040

Die große Axe für die Bahn

des Merkur sey = M^*

der Venus = V

der Erde = E

des Mars = M^*

*) Ich gebrauche diese Zahl statt 0,01681395.

des Jupiter sey $\equiv \mathfrak{J}$

des Saturn $\equiv \mathfrak{S}$

des Uranus $\equiv \mathfrak{U}$

Ist nun die kleinste Entfernung eines Weltkörpers von der Sonne $\equiv x$, so hat man

feine Eccentricität $\equiv$ mittlere Weite —
kleinste mittlere

also Eccentr. $\times$ mittlere Weite $\equiv$ mittlere
Weite $\equiv$ — kleinste

und

kleinste Weite
von der Sonne $\equiv$ Mittlere — Eccentr. $\times$ mittl.

$\equiv$ Mittlere $\times$ (1 — Eccentr.)

Hiernach geben sich die kleinsten Weiten von der Sonne

des Merkur $\equiv 0,356304$

der Venus $\equiv 0,719729$

— Erde $\equiv 0,983186$

des Mars $\equiv 1,307575$

— Jupiter $\equiv 3,901400$

— Saturn $\equiv 4,423040$

— Uranus $\equiv 1,754761$

Diese Zahlen von den doppelten mittleren Weiten abgezogen, giebt die größten Weiten von der Sonne

des Merkur $= 0,774200 - 0,356304$

$= 0,417896$

der Venus $= 1,446664 - 0,719729$

$= 0,726935$

der Erde $= 2,000000 - 0,983186$

$= 1,016814$

des Mars $= 3,057385 - 1,307575$

$= 1,749810$

des Jupiter $= 10,405584 - 3,901400$

$= 6,504184$

des Saturn $= 19,081448 - 4,423040$

$= 14,658408$

des Uranus $= 38,163600 - 1,754761$

$= 36,408839$

Die doppelten mittleren Weiten sind zugleich die grossen
Axen der verschiedenen Bahnen.

Zieht man die kleinsten Sonnenweiten von den
mittleren Weiten ab, so erhält man die Abstände
der Sonne vom Mittelpunkt der Bahnen. Diese
sind also

für den Merkur $= 0,387100 - 0,356304$

$= 0,030796$

für die Venus $= 0,723332 - 0,719729$

$= 0,003603$

für die Erde $= 1,000000 - 0,983186$

$= 0,016814$

für den Mars $= 1,523692 - 1,307575$

$= 0,216117$

$$\text{für den Jupiter} = 5,202792 - 3,901400$$

$$= 1,301392$$

$$\text{für den Saturn} = 9,540724 - 4,423040$$

$$= 5,117684$$

$$\text{für den Uranus} = 19,081800 - 1,754761$$

$$= 17,327039$$

Drückt man die Parameter der verschiedenen Bahnen durch b , b' , b'' etc. und die gefundenen Sonnenabstände von dem Mittelpunkt der Bahnen durch u , u' , u'' etc. aus, so hat man aus der höheren Geometrie

$$b = m^e - \frac{4u^2}{m^e}$$

$$b' = \mathfrak{B} - \frac{4u'^2}{\mathfrak{B}}$$

$$b'' = \mathfrak{C} - \frac{4u''^2}{\mathfrak{C}}$$

$$b''' = m^a - \frac{4u'''^2}{m^a}$$

$$b^{iv} = \mathfrak{Z} - \frac{4u^{iv^2}}{\mathfrak{Z}}$$

$$b^v = \mathfrak{C} - \frac{4u^v^2}{\mathfrak{C}}$$

$$b^{vi} = u - \frac{4u^{vi^2}}{u}$$

also

$$b = 0,774200 - \frac{0,003789}{0,774200}$$

$$= 0,769306$$

$$b' = 1,446664 - \frac{0,0000504}{1,446664}$$

$$= 1,446316$$

$$b'' = 2,000000 - \frac{0,0012072}{2}$$

$$= 1,999397$$

$$b''' = 3,057384 - \frac{0,186825}{3,057385}$$

$$= 2,996279$$

$$b'' = 10,405584 - \frac{6,774483}{10,405584}$$

$$= 9,754541$$

$$b^v = 19,081448 - \frac{104,762751}{19,081448}$$

$$= 13,591155$$

$$b^{vi} = 38,163600 - \frac{1200,905118}{38,163600}$$

$$= 6,696362$$

Wenn also zur Bezeichnung der Perpendikel aus dem Mittelpunkt der Sonne oder dem Brennpunkt, worin derselbe liegt, auf eine Tangente der Bahn, für die 7 Planeten Merkur, Venus etc. die Buchstaben $p, p', p'' \dots p^{vi}$ gebraucht werden, so ist

$$\text{für d. Merkur} \begin{cases} \text{größter Werth von } p & = 0,417896 \\ \text{kleinster } p & = 0,356304 \\ \sqrt{b} & = 0,877 \end{cases}$$

$$\text{Venus} \begin{cases} \text{gr. W. von } p' & = 0,726935 \\ \text{kl. W. — } p' & = 0,719729 \\ \sqrt{b'} & = 1,202 \end{cases}$$

$$\text{Erde} \begin{cases} \text{gr. W. von } p'' & = 1,016814 \\ \text{kl. W. — } p'' & = 0,983186 \\ \sqrt{b''} & = 1,414 \end{cases}$$

$$\text{Mars} \begin{cases} \text{gr. W. von } p''' & = 1,749810 \\ \text{kl. W. — } p''' & = 1,307575 \\ \sqrt{b'''} & = 1,731 \end{cases}$$

$$\text{Jupiter} \begin{cases} \text{gr. W. von } p^{iv} & = 6,504184 \\ \text{kl. W. — } p^{iv} & = 3,901400 \\ \sqrt{b^{iv}} & = 3,123 \end{cases}$$

$$\text{Saturn} \begin{cases} \text{gr. W. von } p^v & = 14,658408 \\ \text{kl. W. — } p^v & = 4,423040 \\ \sqrt{b^v} & = 3,686 \end{cases}$$

$$\text{Uranus} \begin{cases} \text{gr. W. von } p^vi & = 36,408839 \\ \text{kl. W. — } p^vi & = 1,754761 \\ \sqrt{b^vi} & = 2,587 \end{cases}$$

Jetzt läßt sich beurtheilen, ob die Erde irgendwo in ihrer Bahn mit einem Planeten in irgend einer Stelle seiner Bahn gleiche Geschwindigkeit haben könne.

1. Vergleichung der Erde mit dem Merkur.

Die Frage ist:

Giebt es ein Verhältniß

$$p'' : p = \sqrt{b''} : \sqrt{b}$$

$$\text{d. i. } p'' : p = 1414 : 877$$

$$\text{oder } \frac{p''}{p} = \frac{1414}{877}$$

Alle mögliche Werthe von $\frac{p''}{p}$ fallen zwischen $\frac{983186}{417896}$ und $\frac{1016814}{356304}$, sind daher alle größer als 2; also findet hier der erforderliche Werth $\frac{p''}{p} = \frac{1414}{877}$ nicht statt.

2. Vergl. der Erde mit der Venus.

Es sollte seyn $\frac{p''}{p'} = \frac{1414}{1202}$; aber alle mögliche Werthe von $\frac{p''}{p'}$ fallen zwischen $\frac{983186}{726935}$ und $\frac{1016814}{719729}$, sind also alle größer.

3. Vergl. der Erde mit dem Mars.

Es sollte seyn $\frac{p''}{p'''} = \frac{1414}{1731}$; aber alle Werthe von $\frac{p''}{p'''}$ fallen zwischen $\frac{983186}{1749810}$ und $\frac{1016814}{1307575}$, sind also alle kleiner.

4. Vergl. der Erde mit dem Jupiter.

Es sollte seyn $\frac{p''}{p^{iv}} = \frac{1414}{3123}$; aber alle Werthe von $\frac{p''}{p^{iv}}$ fallen zwischen $\frac{983186}{6504184}$ und $\frac{1016814}{3901400}$ sind also alle kleiner.

5. Vergl. der Erde mit dem Saturn.

Es sollte feyn $\frac{p^{\text{II}}}{p^{\text{V}}} = \frac{1414}{3686}$; aber alle
 Werthe von $\frac{p^{\text{II}}}{p^{\text{V}}}$ fallen zwischen $\frac{983186}{14658408}$ und
 $\frac{1016814}{4423040}$ find also alle kleiner.

6. Vergl. der Erde mit dem Uranus.

Es sollte feyn $\frac{p^{\text{II}}}{p^{\text{VI}}} = \frac{1414}{2587}$; nun fallen
 alle Werthe von $\frac{p^{\text{II}}}{p^{\text{VI}}}$ zwischen $\frac{983186}{36408839}$ und

$\frac{1016814}{1754761}$; da nun der erstere $< \frac{1414}{2587}$ und der letz-

tere $> \frac{1414}{2587}$ ist, so muſs irgend ein zwischen-

liegender Werth $= \frac{1414}{2587}$ ſtatt finden. Folglich iſt

der Uranus unter den genannten der einzige Planet, der in irgend einer Stelle eine Geſchwindigkeit hat, welche zugleich in irgend einer Stelle der Erdenbahn vorkommt.

Dieſes widerſpricht aber auf keine Weiſe den Kepleriſchen Geſetzen der Bewegung der Weltkörper.

S. 87. ſagt der Verſ.

« Man nehme nach Belieben 2 Punkte.

« M, m einer Planetenbahn.

« Y, y bedeute den coordinirten Radius Vector.

« P, p den Perpendikel aus dem Brennpunkte.

« V, v die coordinirten Geschwindigkeitsbögen.

« F, f die Sinus verf. dieser Bögen

« sollen die denselben pro-

« portionirten Schwungkräf-

« te bedeuten ;

« R sey der Parameter der Ellipse, so ist

$$\frac{V^2}{F} : \frac{v^2}{f} = \frac{\text{Rad. cur. ad M.}}{\text{Rad. cur. ad m}} = \frac{R \cdot Y^3}{P^3} : \frac{R \cdot y^3}{p^3}$$

« Nun verhalten sich die Geschwindig-

« keiten wie umgekehrt die Perpendi-

« kel auf die Tangenten; also ist

$$\frac{PV}{P} = v$$

« Man substituere und reducire, so fin-

« det man

$$F : f = \frac{P}{Y^3} : \frac{p}{y^3},$$

«also verhalten sich die Schwungkräfte
 «wie direkte die Perpendikel auf die
 Tangenten, und umgekehrt die Wür-
 «fel der Vektoren.

Er fährt fort S. 88.

«In der Sonnenferne und Sonnennähe
 «an den beyden Scheiteln der Ellipse
 «ist nun der Perpendikel dem Radius
 «Vector gleich. Bedeuten also M und
 «m die Punkte der Sonnenferne und
 «Sonnennähe, so ist:

$$F : f = \frac{1}{Y^2} : \frac{1}{y^2},$$

«folglich verhalten sich in diesen 2
 «Punkten die Schwungkräfte wie um-
 «gekehrt die Quadrate der Distanzen.
 «Da nun diese Wirkungen der Attrac-
 «tion gerade in demselben Verhält-
 «nisse sind, so ist offenbar, daß in die-
 «sen 2 Punkten die Schwerkraft und

«die Schwungkraft im Gleichgewichte
«feyen.»

Solche Schlüsse findet man freilich nicht in
den Werken jener unsterblichen Männer, welche
der Verfasser verbessern zu können wähnt. Es sey
die Schwerkraft gegen die Sonne

in der Sonnenferne $= K$

in der Sonnennähe $= k$

Ebenso sey die Schwungkraft

in der Sonnenferne $= F$

in der Sonnennähe $= f$

so hat man

$$F : f = K : k \quad (\text{h})$$

Weiter folgt nichts aus dem Satze

$$F : f = \frac{1}{Y^2} : \frac{1}{y^2}$$

Der Satz, daß $f = k$ sey, würde nur dann aus
(h) folgen, wenn besonders erwiesen wäre, daß
 $F = K$ sey; ebenso würde, daß $F = K$ sey,
nur dann aus (h) gefolgert werden können, wenn
besonders erwiesen worden wäre, daß $f = k$ sey.
Aber keiner dieser beyden Sätze $F = K$ oder
 $f = k$ läßt sich beweisen, weil sie beyde falsch
sind.

Daß man übrigens R, r, nicht mit D, d ver-

wechseln dürfe, und daher $F : f = \frac{1}{D^2} : \frac{1}{d^2}$ gesetzt werden müsse, läßt sich gar nicht bestreiten *).

*) Lalande findet in seiner *Astronomie* II. B. S. 1352. §. 2751 eigentlich nicht $F : f = d^3 : D^3$ in der Bedeutung, daß d und D auf entgegengesetzten Seiten eines angenommenen Punktes liegen, sondern, wie seine Figur zeigt, auf einerlei Seite eines gemeinschaftlichen Punktes, so daß er an dieser Stelle von konzentrischen Bogenelementen spricht. Er fügt der gefundenen Formel hinzu:

„Ce qui fait voir en général, que l'effet de la force centrifuge est en raison inverse du cube de la distance, quand la vitesse est en raison inverse des distances. C'est le cas d'une planète, quand on la considère dans son aphélie et dans son périhélie, et cette proportion nous servira bientôt à faire voir pourquoi les planètes s'éloignent du soleil après s'en être approchées.“

Offenbar liegt hier in dem Worte *distance* noch eine Zweideutigkeit, weil in der zugehörigen Figur der Mittelpunkt der Bahn zugleich die Stelle des Mittelpunkts der Krümmung und die des Anziehungspunktes vertritt. Aber §. 2754. fährt er fort:

„Supposons toujours une planète projetée en H (hier Fig. 3.) avec une vitesse trop petite pour décrire un cercle du rayon SA , en sorte qu'elle soit obligée, dès le premier moment, de descendre dans une orbite plus courbée, en se rapprochant du soleil. Lorsqu'elle sera arrivée en un point P , à une distance quatre fois moindre, la force centrale ou l'attraction du soleil sera seize fois plus

S. 90—93 sagt der Verf.

„Unsere Geometer sagen uns, dafs,
„wenn die Schwungkraft im Gleich-

„grande, parcequ'elle est en raison inverse du
„quarré de la distance; mais la force centri-
„fuge sera soixante quatre fois plus grande,
„parcequ'elle augmente, soit par le quarré de
„la vîtesse, soit par la diminution de la
„distance; donc la force centrifuge est alors
„plus grande que la force centrale; il n'est pas
„donc étonnant, que la planete commence à
„s'écarter du soleil.

Dieser §. entscheidet gegen Lalande. Hier ist das Wort distance genau bestimmt, es bezieht sich offenbar durchaus auf die Entfernung von S oder vom Anziehungspunkt, da es doch nur in Bezug auf die anziehende Kraft auf diese Entfernung gehen kann, hingegen in Bezug auf die Schwungkraft die Entfernung des Planeten vom Mittelpunkt der Krümmung oder den Krümmungshalbmesser bedeuten muß, welcher für die Stelle A eben so groß ist als für die P.

Er sagt noch §. 2755.

„On s'imaginera peut-être que la planete au-
„roit du cesser de s'approcher du soleil aussitôt
„que la force centrifuge s'est trouvée égale à
„la force centripete; mais il faut considérer que
„dans cette instant, qui est arrivée lorsque la
„planete étoit vers sa moyenne distance au
„soleil, la direction MN de son mouvement
„étoit trop oblique au rayon vecteur MS, et
„faisoit un angle NMS, trop petit, pour que
„cet angle pût devenir tout de suite un angle
„droit; il faut que la planete descende de plus
„en plus, et que la courbure de sa route se

«gewichte stehe, der Körper einen
 «Kreis beschreiben müsse. Bey der
 «Planetarbewegung müfste also nach
 «Newtons System die Schwungkraft in
 «der Sonnennähe gröfser seyn, als die
 «Schwerkraft; weil der Planet sich
 «entfernet. In der Sonnenferne aber
 «wäre die Schwerkraft gröfser, als die
 «Schwungkraft, weil sich der Planet
 «der Sonne nähert.

«Es mufs also zwischen der Son-
 «nenferne und Sonnennähe ein Punkt
 «seyn, wo die Schwerkraft und
 «Schwungkraft einander gleich find.
 «Von diesem Punkte aus müfste also
 «der Planet um den Brennpunkt ei-
 «nen Kreifs zu beschreiben anfangen.
 «So würde es auch seyn, antwortet
 «La Lande, wenn in dem Punkte, wo

„soit arrondie assez pour que le rayon vecteur
 „SP soit perpendiculaire au mouvement de la
 „planete; c'est alors que l'excès de la force
 „centrifuge, sur la force centrale, fera em-
 „ployé tout entier à écarter la planete du
 „soleil, et cela n'arrive que dans le point P,
 „qui est diamétralement opposé au point A.“

Vergleicht man diese Erklärung mit dem, was ich
 nachher (zu S. 90—93) bemerken werde, so wird
 man sie allerdings sehr mangelhaft finden.

«dieses Gleichgewicht eintritt, die
 «Richtung der Tangente mit dem
 «Radius Vector rechtwinklicht wäre;
 «allein der Punkt des Gleichgewichts
 «ist in den mittlern Distanzen, wo der
 «Radius Vector der grossen halben
 «Axe gleich ist, und mit der Tangente
 «einen spitzen Winkel macht.

«Auch mit dieser ungemein feich-
 «ten Antwort auf diesen Einwurf ha-
 «ben sich unsere Astronomen begnügt.
 «Der Irrthum ist offenbar; denn es
 «kann leicht erwiesen werden, dafs
 «im Punkte der mittlern Distanzen,
 «wo der Radius Vector der halben
 «grossen Axe gleich ist, das Gleich-
 «gewicht zwischen der Schwer- und
 «Schwungkraft nicht bestehen könne.
 «Dieses ist schon aus der blofsen Ver-
 «nunft einleuchtend, wenn man ihr
 «mit einer Zeichnung zu Hülfe kömmt.
 «Es würde daraus folgen, dafs,
 «wenn in dem Punkte der mittlern
 «Distanzen beyde Kräfte einander
 «gleich wären, von diesem Punkte aus
 «die Schwungkraft gröfser als die

„Schwerkraft würde. Der Planet
 „könnte sich also nicht mehr nähern,
 „als in so fern die Richtung der Tan-
 „gente selbst ihn dem Mittelpunkt der
 „Kräfte näher brächte. Allein von
 „dem Punkte an, der senkrecht ober
 „dem Brennpunkte steht, bekommt
 „die Tangente eine Richtung, die den
 „Planeten entfernt, also müßte die-
 „ser Punkt der Punkt der Sonnennähe
 „seyn, von welchem aus er sich zu
 „entfernen anfinge. Doch kann es di-
 „rekte bewiesen werden, daß dieses
 „Gleichgewicht im Punkte der mitt-
 „lern Distanzen nicht bestehe.

„Es sey a die halbe große Axe, b
 „die halbe kleine Axe, d die Excen-
 „trizität, c die Geschwindigkeit in der
 „Sonnenferne, v die Geschwindigkeit
 „in den mittlern Distanzen, e der Si-
 „nus versus des Geschwindigkeitsbo-
 „gens in der Sonnenferne, oder die
 „Schwungkraft in diesem Punkte, f
 „eben dieser Sinus versus in den mitt-
 „lern Distanzen; so ist

$$\frac{v^2}{f} = \frac{\text{Diam. Curv. in den mittlern Distanzen}}{f} = \frac{2a^2}{b}$$

„Nun ist

$$v^2 = \frac{(a + d)^2 \cdot c^2}{b^2},$$

„weil sich die Geschwindigkeiten ver-
„halten, wie umgekehrt die Perpen-
„dikel auf die Tangenten, also ist

$$f = \frac{c^2 \cdot (a + d)^2}{2 a^2 b}$$

„Es verhält sich aber die Schwerkraft
„wie umgekehrt das Quadrat der Di-
„stanzen. Es sey also g die Schwer-
„kraft im Punkte der mittlern Distan-
„zen, also ist:

$$g = \frac{(a + d)^2 \cdot e}{a^2}.$$

„Nun ist:

$$e = \frac{\left(\frac{c^2}{2 b^2} \right)}{\frac{a}{a}} = \frac{a c^2}{2 b^2}$$

„weil $\frac{2 b^2}{a}$ der Parameter, der Durch-
„messer des Krümmungskreises am
„Scheitel ist, also ist:

$$g = \frac{(a + d)^2 \cdot c^2}{2 a b^2}$$

„folglich verhält sich:

$$f : g = \frac{(a + d) c^2}{2 a^2 b} : \frac{(a + d)^2 c^2}{2 a b^2} = b : a$$

„Und es ist f nicht f nicht gleich, son-
 „im Verhältniß von $b : a < g$.

„Diese Gründe, die ich mir das
 „Grab der Attraction zu nennen er-
 „laube, haben allen Geometern, de-
 „nen ich sie vorlegte, unwiderleglich
 „geschienen. Selbst vor Jahren ein
 „eifriger Verehrer Newtons traute ich
 „kaum meinen Augen, als ich diese
 „Fehler wahrnahm. Mögen doch die,
 „welche diese Blätter lesen, in ihren
 „Versuchen das Gravitationsystem zu
 „retten glücklicher seyn, als jene Astro-
 „nomen und Geometer, die mir meine
 „Lage zu Rath zu ziehen erlaubte.
 „Ich werde mich nicht schämen, ei-
 „nes Irrthums überwiesen zu werden;
 „denn ich denke wie Franklin; es
 „liegt niemanden daran, daß ich für
 „einen fähigen Geometer gehalten
 „werde; aber daran liegt vieles, daß

„Irrthümer aufgedeckt, und berichtigt werden.“

Mit dem Satze, daß der Körper einen Kreis beschreiben müsse, wenn die Schwungkraft mit der Schwerkraft im Gleichgewicht stehe, hat es seine ausgemachte Richtigkeit, vorausgesetzt, daß die Richtungen dieser beiden Kräfte einander gerade entgegengesetzt seyen. Bloß unter dieser Bedingung wird jener Satz gelehrt, weil überhaupt zwischen zweyen Kräften durchaus kein Gleichgewicht möglich ist, wenn sie nicht einander gerade entgegengesetzt sind. Sind sie einander gleich und entgegengesetzt, so heben sie einander auf, es kann keine 3te Kraft, also keine Tangentialkraft daraus entstehen; der Körper kann sich vom Anziehungspunkte weder weiter entfernen, noch ihm näher treten, er muß sich also in immer gleichem Abstände von demselben vermöge der Trägheit fortbewegen, d. i. in einem Kreise um denselben herumlaufen. Wäre daher in irgend einer Stelle der Erdenbahn zwischen der Schwerkraft und Schwungkraft ein wirkliches Gleichgewicht vorhanden, so müßte von da aus die Erde nothwendig ohne Ende fort die Erde in einer Kreislinie um die Sonne herumlaufen.

Da dieses nicht geschieht, indem die Erde in einer Ellipse herumläuft, so folgt hieraus schon, daß es gar keine Stelle in der Erdenbahn giebt, wo die Schwungkraft mit der

Schwerkraft im Gleichgewicht wäre. Eben dieses folgt auch aus des Verfassers eigenen Formeln, die er demnach selbst nicht verstanden hat.

Es sey C (Fig. 2.) der Mittelpunkt der elliptischen Erdenbahn, A der Mittelpunkt der Sonne, CM die kleine Axe, MW der Halbmesser der Krümmung in M, so ist f die Schwungkraft, d. i. die Kraft, mit welcher sich die Erde in der Richtung WM von dem Mittelpunkte W des Krümmungskreises, also auch von dem Mittelpunkte C der Ellipse zu entfernen strebt; g ist die Schwerkraft, mit welcher die Sonne in A die Erde aus M in der Richtung MA anzieht. Es sey nun MN der CB gleichlaufend, und Mn ein Theil derselben = CA; so wird hierdurch die g in zwei Kräfte zerlegt nach Mn und nach MC,

$$\begin{aligned} \text{die nach Mn ist} &= \frac{AC}{AM} \cdot g \\ &= \frac{\text{Eccentricität}}{a} \cdot g \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{die nach MC ist} &= \frac{MC}{AM} \cdot g \\ &= \frac{b}{a} \cdot g. \end{aligned}$$

Nun ist nach des Verf. eigener Formel

$$g = \frac{a}{b} \cdot f$$

$$\text{also Kraft nach MC} = \frac{b}{a} \cdot \left(\frac{a}{b} \cdot f \right) = f$$

d. i. in dieser Stelle M ist derjenige Theil der Schwerkraft, welcher der Schwungkraft gerade entgegenwirkt, dieser Schwungkraft gleich. Aber hieraus kann noch kein Gleichgewicht zwischen der Schwungkraft und der Schwerkraft entstehen, weil letztere noch mit dem Theil, welcher $= \frac{\text{Eccentr.}}{a} \cdot g$ ist, nach MN wirkt. Dieser bestimmt die in dieser Stelle wirkende Tangentialkraft, welche keine Kreisbewegung gestattet. In den Endpunkten der grossen Axe B und E fallen die Richtungen der Schwungkraft und der Schwerkraft zusammen, es läßt sich daher letztere nicht so zerlegen, daß eine auf die Richtung der Schwungkraft senkrechte Seitenkraft denkbar wäre, daher wird in diesen beiden Stellen die Tangentialkraft $= 0$. Die Erde strebt also in B und E bloß vermöge der Trägheit, weil sie einmal in Bewegung ist, ihre Bewegung nach den Tangenten Bg und Es fortzusetzen, wird aber durch die Schwerkraft von diesem geraden Wege so abgelenkt, daß sie ihre Bahn elliptisch fortsetzt.

So finden also des Verf. Sätze, womit nebenbei auch die Gravitationslehre zu Grabe gebracht werden sollte, hier ihr eigenes Grab.



Langsdorf, Karl Christian <<von>>,

Über Newtons ... Puschereien in der Mathematik

Heidelberg 1807

Math.u. 102

urn:nbn:de:bvb:12-bsb10594068-1